

関数 2 2次関数の場合分け (応用)

1. 最大値・最小値がある値を取るときの場合分け

<例題>

関数 $y = x^2 - 2ax - a$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値が -2 であるように、定数 a の値を定めよ。

2. 場合分けした最大値と最小値の差

<例題>

2次関数 $f(x) = x^2 + 2x + 1$ において、 x が $t \leq x \leq t+1$ の範囲を動くとき、 $f(x)$ の最大値を $M(t)$ 、最小値を $m(t)$ とする。 $M(t) - m(t) = \frac{1}{4}$ となる t の値を求めよ。3. 変数変換 ① (x の定義域がすべての実数)

<例題>

関数 $f(x) = (x^2 - 2x)^2 + 6(x^2 - 2x) - 1$ について

- (1) $t = x^2 - 2x$ とおくと、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ を t で表し、最小値とそのときの x の値を求めよ。

4. 変数変換 ② (x の定義域が閉じている)

<例題>

関数 $y = (x^2 - 4x + 3)^2 - 2x^2 + 8x + 3 + a$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x \leq 3$ とする。

- (1) $t = x^2 - 4x + 3$ とおくと、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) y の最大値が 6 であるとき、 a の値を求めよ。

5. 変数変換 ③ (最大値・最小値の場合分け)

<例題>

 p を定数として、関数 $y = (x^2 - 2x)^2 + 2p(x^2 - 2x) + p + 1$ の最小値を m とする。

- (1) m を p の式で表せ。
- (2) m を最大にする p の値を求めよ。