

関数 3 2次方程式・2次関数とグラフの関係

1. グラフと方程式の関係 (共有点と判別式の意味)

<例題>

2次関数 $y = x^2 + x + m$ のグラフと x 軸の共有点の個数を調べよ。

2. グラフと不等式の関係 ① (2次不等式を解く)

<例題>

次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 - 7x + 10 > 0$ (2) $x^2 + 5x + 1 < 0$ (3) $(x-1)^2 \leq 0$
 (4) $(x+4)^2 \geq 0$ (5) $x^2 + 4x + 4 < 0$ (6) $4x^2 - 12x + 9 > 0$
 (7) $-x^2 - 8x - 16 > 0$ (8) $x^2 - 2x + 3 < 0$ (9) $2x - x^2 - 2 < 0$

3. グラフと不等式の関係 ② (定数を定める)

<例題>

次の2次不等式の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

- (1) $x^2 - mx + 1 > 0$ (2) $-x^2 + mx + 2m < 0$

4. グラフと不等式の関係 ③ (2次係数に文字定数があるとき)

<例題>

2次不等式 $ax^2 + 2x + 4a < 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

5. グラフの交点と方程式の実数解

<例題>

2次方程式 $x^2 - mx - m + 8 = 0$ が次のような実数解をもつように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- (1) 異なる2つの正の解 (2) 正の解と負の解

6. グラフと不等式の関係 ④ (軸による場合分け)

<例題>

不等式 $x^2 + 2mx + 1 \geq 0$ が、 $0 \leq x \leq 2$ において常に成り立つように、定数 m の値の範囲を定めよ。